

Vollständige Kurvendiskussion der Funktion $f(x) = (x^2 + x - 2) \cdot e^x$

1. Ableitungen

$$f'(x) = (x^2 + x - 2) \cdot e^x + (2x + 1) \cdot e^x$$

$$f'(x) = (x^2 + 3x - 1) \cdot e^x$$

$$f''(x) = (2x + 3) \cdot e^x + (x^2 + 3x - 1) \cdot e^x$$

$$f''(x) = (x^2 + 5x + 2) \cdot e^x$$

$$f'''(x) = (2x + 5) \cdot e^x + (x^2 + 5x - 2) \cdot e^x$$

$$f'''(x) = (x^2 + 7x + 7) \cdot e$$

2. Nullstellen

$$f(x) = (x^2 + x - 2) \cdot e^x = 0 \quad \text{Da } e^x \text{ nie null sein kann, gilt:}$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - (-2)}$$

$$x_1 = -0,5 + \sqrt{1,5} \quad x_1 = 1 \Rightarrow N_1(1 \mid 0)$$

$$x_2 = -0,5 - \sqrt{1,5} \quad x_2 = -2 \Rightarrow N_2(-2 \mid 0)$$

3. Extremstellen

$$f'(x) = (x^2 + 3x - 1) \cdot e^x = 0 \quad \text{Da } e^x \text{ nie null sein kann, gilt:}$$

$$x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$x_{1,2} = -1,5 \pm \sqrt{1,5^2 + 1}$$

$$x_1 = 0,30$$

$$x_2 = -3,30$$

$$f''(0,3) > 0 \Rightarrow \text{TP}$$

$$f''(-3,3) < 0 \Rightarrow \text{HP}$$

$$f(0,3) = -2,17329 \Rightarrow \text{TP}(0,30 \mid -2,17)$$

$$f(-3,3) = 0,206177 \Rightarrow \text{HP}(-3,30 \mid 0,20)$$

4. Wendestellen

$$f''(x) = (x^2 + 5x + 2) \cdot e^x = 0 \quad \text{Da } e^x \text{ nie null sein kann, gilt:}$$

$$x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$x_{1,2} = -2,5 \pm \sqrt{2,5^2 - 2}$$

$$x_1 = -0,43$$

$$x_2 = -4,56$$

$$f'''(-0,43) = (x^2 + 5x + 2) \cdot e^x \neq 0 \Rightarrow WP$$

$$f'''(-4,56) = (x^2 + 5x + 2) \cdot e^x \neq 0 \Rightarrow WP$$

$$f(-0,43) = -1,45 \Rightarrow WP(-0,43 \mid -1,45)$$

$$f(-4,56) = 0,15 \Rightarrow WP(-4,56 \mid 0,15)$$

5. Verhalten für $|x| \rightarrow \infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \underbrace{(x^2 + x - 2)}_{+\infty} \cdot \underbrace{e^x}_{+\infty} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \underbrace{(x^2 + x - 2)}_{+\infty} \cdot \underbrace{e^x}_0 = 0$$

6. Graph

